

# TRANSFORMATION PUISSANCE DE LA FORME EXPONENTIELLE DE LA LOI D'ARRHENIUS

Journées de Fiabilité des Matériaux et Structures

JFMS '12 - Chambéry - Juin 2012

*L. Pierrat, LJ-Consulting, ASTE & LJK*

*F. Bayle, Thalès-Avionics*

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS*

## *Sommaire*

- CONTEXTE & OBJECTIFS
- FACTEUR D'ACCELERATION
- FORMULATION COHERENTE
- FORMULATION ADAPTEE
- FORME EQUIVALENTE
- SOLUTION GENERALE
- FONCTION D'APPROXIMATION
- PRECISION & DOMAINE DE VALIDITE
- COMMENTAIRES
- CONCLUSIONS

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS*

## *contexte & objectifs*

### • CONSTATS

- LA LOI D '*ARRHENIUS*
- manque cohérence grandeurs
- paramètres surabondants
- unités de mesure disparates
- forme utilisée peu manipulable
- difficilement interprétable
- propagation incertitudes fonctionnelles difficile

### • OBJECTIFS

- contexte fiabilité prévisionnelle
- composants électroniques
- réalisation essais accélérés
- définition facteur accélération
- simplification formulation
- transformer forme exponentielle générique en forme puissance

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS*

## *facteur accélération*

- LOI *ARRHENIUS*
- processus thermo-activé
- facteur accélération
- *rapport dégradations entre températures d'essais et d'utilisation*

$$AF \geq 1$$

$$AF = \exp\left\{\left(\frac{E_a}{k_B}\right) \cdot \left[\frac{1}{273+T_0} - \frac{1}{273+T_a}\right]\right\}$$

- FORME HABITUELLE
- énergie activation
- $E_a$  : unité (eV)
- constante Stefan-Boltzmann
- $k_B$  : unité (eV / K)
- températures (T) en (°C)
- nécessité introduire température du zéro absolu
- (T = 273 K)

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS*

## *formulation cohérente*

- FORME PLUS COMPACTE

$$AF = \exp \left\{ T_a \left[ \frac{1}{(T_0 + \theta_r)} - \frac{1}{(T_0 + \theta)} \right] \right\}$$

- NOTATIONS & UNITES

- (Ta) température activation thermodynamique
- Ta = 11 605 K /eV
- disparition constante (Kb)
- indice [r] : température de référence en (°C)
- T0 = 273 K

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS*

## *formulation adaptée*

- FORME ADAPTEE A LA RECHERCHE D 'UNE TRANSFORMATION EXPONENTIELLE-PUISSANCE

$$AF(T_a, \varepsilon) = \exp \left\{ \left[ \frac{T_a}{T_0} \right] \cdot \left[ \frac{1}{(1 + \varepsilon_r)} \right] \cdot \left[ \frac{(\varepsilon - \varepsilon_r)}{(1 + \varepsilon)} \right] \right\}$$

- constante de référence
- paramètre fonction linéaire de la température
- dans la plage habituelle des essais accélérés (20-135 °C)
- constante & paramètre < 1

$$\varepsilon_r = \frac{\theta_r}{T_0}$$

$$\varepsilon = \frac{\theta}{T_0}$$

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS* *forme équivalente*

- FORMULATION

$$AF_{eq} \approx C(T_a) \cdot [f(\varepsilon)]^{B(T_a, \varepsilon)}$$

- LINEARISATION

$$[f(\varepsilon)] = (1 + \varepsilon)$$

- PROBLEMATIQUE
- équivalence approximative

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS*

## *solution générale*

$$AF_{eq}(T_a, \varepsilon) \approx C(T_a) \cdot [1 + \varepsilon]^{B(T_a, \varepsilon)}$$

- FORME GENERALE

$$C(T_a) = \exp - \left[ \left( \frac{T_a}{T_0} \right) \cdot \left( \frac{\varepsilon_r}{1 + \varepsilon_r} \right) \right]$$

- FACTEUR DE NORMALISATION

$$B(T_a, \varepsilon) = \left[ \left( \frac{T_a}{T_0} \right) \cdot \left( \frac{1}{S(\varepsilon)} \right) \right]$$

- EXPOSANT FONCTION PUISSANCE

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS*

## *fonction d 'approximation*

$$S(\varepsilon) = \left[ 1 + \left( \frac{\varepsilon}{2} \right) - \left( \frac{\varepsilon^2}{6} \right) + \left( \frac{\varepsilon^3}{12} \right) - \left( \frac{\varepsilon^4}{20} \right) + \dots \right]$$

- LA PRECISION DE LA FORME PUISSANCE EST UNE FONCTION DE LA TEMPERATURE
- SERIE CONVERGENTE D 'ORDRES CROISSANTS
- A L 'ORDRE (n) L 'ERREUR MAXIMALE EST INFERIEURE AU TERME NEGLIGE D 'ORDRE (n+1)

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS*

## *précision & domaine de validité*

Température activation ( $T_a$ )	1 000 K (0.09 eV)	1 000 K (0.09 eV)	10 000 K (0.86 eV)	10 000 K (0.86 eV)	11 605 K (1.00 eV)	7 500 K (0.65 eV)
Température $\theta$	25 °C	125 °C	25 °C	125 °C	136.5 °C	75 °C
Référence $\theta_r$	20 °C	20 °C	20 °C	20 °C	20 °C	20 °C
Facteur $AF$ accélération	1.057	2.449	1.738	7 750	78 282	57.14
Erreur ( <i>ordre 0</i> )	+ 1.4 %	+ 26 %	+ 15 %	+ 980 %	+2 150%	+ 211 %
Erreur ( <i>ordre 1</i> )	- 0.04 %	- 2.6 %	- 0.4 %	- 23 %	-32 %	- 5.6 %
Erreur ( <i>ordre 2</i> )	+/- 0 %	+ 0.6 %	+/- 0 %	+ 6.1 %	+9.9%	+ 0.8 %
Erreur ( <i>ordre 3</i> )				- 1.6 %	- 2.7 %	

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS*

## *commentaires*

- La non linéarité intrinsèque de la forme exponentielle se traduit par un exposant très élevé ( $T_a / T_0$  environ 30)
- L'approximation d'ordre zéro (exposant constant) est inutilisable sauf en cas de variation de faible amplitude
- L'approximation d'ordre deux est suffisamment précise pour les besoins de la pratique des essais d'accélération
- la forme puissance équivalente permet de propager facilement les incertitudes fonctionnelles (température)
- ce qui n'est pas le cas de la forme exponentielle générique (température au dénominateur de l'argument)

# FORME PUISSANCE LOI *ARRHENIUS*

## *conclusions*

- LA LOI D '*ARRHENIUS* PEUT ETRE REPRESENTEE SOUS DEUX FORMES DIFFERENTES :
- LA FORME GENERIQUE EXPONENTIELLE FORMELLEMENT EXACTE
- UNE FORME PUISSANCE EQUIVALENTE QUI REALISE UN COMPROMIS PRECISION- COMPLEXITE ACCEPTABLE
- CES DEUX FORMULATIONS PERMETTENT D 'ENVISAGER SEPAREMENT UNE PROPAGATION DES INCERTITUDES
- LA FORME EXPONENTIELLE EST ADAPTEE A LA PRISE EN COMPTE DES INCERTITUDES STRUCTURELLES (ENERGIE D ' ACTIVATION)
- LA FORME PUISSANCE EST MIEUX ADAPTEE A UNE PRISE EN COMPTE APPROXIMATIVE DES INCERTITUDES FONCTIONNELLES (TEMPERATURE)